

1

等式 $|x-2y|=y+\sqrt{1-x}+1$ をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めよ。

2

袋の中に $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ の数字を 1 つずつ書いたカードが 10 枚入っている。

袋からカード 1 枚を無作為に取り出して数字を確認したのち、袋にもどす試行を考える。

- (1) この試行を 2 回くり返すとする。確認した数字を順に X_1, X_2 とおくと、
等式 $X_1 + X_2 = X_1 X_2$ が成り立つ確率を求めよ。
- (2) この試行を 3 回くり返すとする。確認した数字を順に X_1, X_2, X_3 とおくと、
等式 $X_1 + X_2 + X_3 = X_1 X_2 X_3$ が成り立つ確率を求めよ。
- (3) この試行を 4 回くり返すとする。確認した数字を順に X_1, X_2, X_3, X_4 とおくと、
等式 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = X_1 X_2 X_3 X_4$ が成り立つ確率を求めよ。

3

座標平面において原点を中心とする半径 1 の円を C_1 とし、

点 $(1, 0)$ を中心とする半径 3 の円を C_2 とする。

動点 P は C_1 上を反時計回りに 1 秒間に 2 回転の速さで等速円運動をし、

動点 Q は C_2 上を反時計回りに 1 秒間に 1 回転の速さで等速円運動をしている。

時刻 $t=0$ のとき、P は $(0, 1)$ にあり、Q は $(4, 0)$ にあるものとする。

2 点 P, Q 間の距離の 2 乗の最大値と最小値、およびそれらをとる P, Q の座標を求めよ。

4

次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{\sin^2 x}{x}$ の導関数を求めよ。

(2) $n=1, 2, 3$ に対して、 $a_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x} dx$ とおく。

連立不等式 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi, 0 \leq y \leq \left| \frac{\sin x}{x} \right|$ によって表される領域の部分を

x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を、 a_1, a_2, a_3 を用いて表せ。